

Grado en Física

Examen de Análisis Matemático I – septiembre 2013

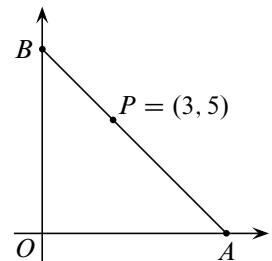
1. a) Prueba, usando el teorema de Bolzano que la ecuación

$$e^x - 3x^2 = 0$$

tiene al menos tres soluciones reales.

- b) Prueba, usando el teorema de Rolle, que dicha ecuación no puede tener más de tres soluciones reales.

2. Determinar la recta que pasa por el punto $(3, 5)$ que forma con los ejes coordenados un triángulo de área mínima. Justifica que el resultado obtenido es un mínimo absoluto.



3. Calcula los límites de las sucesiones:

$$\text{a) } x_n = \frac{1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3}{n^4} \quad \text{b) } y_n = \sqrt[n]{\frac{(3n)!}{(5n)^{3n}}}$$

4. Estudia la convergencia absoluta y la convergencia de las series:

$$\text{a) } \sum_{n \geq 1} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt[3]{n}} \quad \text{b) } \sum_{n \geq 1} \sqrt{\frac{4 \cdot 6 \cdot 8 \dots (2n+2)}{9 \cdot 11 \cdot 13 \dots (2n+7)}}$$

5. a) Calcula para $t > 0$ la integral:

$$V(t) = \int_0^t \frac{3 + 2x}{x^3 + 2x^2 + 2x + 1} dx.$$

- b) Calcula el límite $\lim_{t \rightarrow +\infty} V(t)$.